Prof. Dr. Alfred Toth

Nachfolgerrelationen von Subzeichen

1. In der auf Peanozahlen basierenden Arithmetik ist ein Nachfolger einer Zahl x eine Zahl y, wenn x < y gilt und keine Zahl zwischen x und y liegt. In der Semiotik allerdings ist diese Eindeutigkeit von Nachfolger- (und, konvers, Vorgängerrelation) aufgehoben, vgl. die von Bense (1975, S. 37) aufgestellte semiotische Matrix:

	1	2	3
1	1.1	1.2	1.3
2	2.1	2.2	2.3
3	3.1	3.2	3.3 .

Stehe wie üblich V für Vorgänger und N für Nachfolger. Dann gilt

1. V(1.1) = Ø

2. N(1.1) = (1.2), (2.1)

   N(1.2) = (1.3), (2.2)

   N(1.3) = (2.3)

   N(2.1) = (2.2), (3.1)

   N(2.2) = (2.3), (3.2)

   N(2.3) = (3.3)

   N(3.1) = (3.2)

   N(3.2) = (3.3)

   N(3.3) = Ø

Es gibt also Zahlen mit keinem, mit einem und mit zwei Nachfolgern. Ferner gibt es Zahlen, die die Nachfolger zweier verschiedener Zahlen sind. So ist (2.3) der Nachfolger von (1.3) und (2.2), (3.2) ist der Nachfolger von (2.2) und (3.1), und (3.3) ist der Nachfolger von (2.3) und (3.2).

2. In Übereinstimmung mit der Terminologie der Arithmetik kann man Vorgänger und Nachfolger als Nachbarn und die jeweils übrigen Zahlen als Umgebungen bestimmen (vgl. Toth 2025), d.h. jede Zahl kann durch die Abbildung

$(x \rightarrow y) \circ (x \rightarrow z) \cong (S \rightarrow N) \circ (S \rightarrow U)$

dargestellt werden. Somit haben wir z.B.

N(1.1) = (1.2), (2.1) =

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & (1.2) & \leftarrow & (1.1) & & \\
 & & | & & | & & \\
(1.1) & \rightarrow & (1.2) & \circ & (1.1) & \rightarrow & (2.1).
\end{array}$$

Die Frage ist, wie man in den Fällen verfährt, wo es nur einen Nachfolger gibt wie z.B. in N(1.3) = (2.3). Entsprechend der Diamond-Abbildung bekommen wir

N(1.3) = (2.3)

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & (2.3) & \leftarrow & (1.3) & & \\
 & & | & & | & & \\
(1.3) & \rightarrow & (2.3) & \circ & (1.3) & \rightarrow & (2.3),
\end{array}$$

d.h. ein Selbstabbildung. Eine solche würde bei den Peanozahlen der Forderung der Eindeutigkeit von V und N widersprechen. Allerdings gilt diese für die in der Semiotik verwandten Peirce-Zahlen, wie bereits eingangs bemerkt, gerade nicht (vgl. Toth 2010). Die Selbstabbildung von Nachfolgerrelationen ist dann ein Spezialfall für das Mediationsschema für semiotische Diamonds (vgl. Kaehr 2009, S. 135 ff.):

Mediation scheme for semiotic diamond$^{(3,2)}$

$$\mathbf{Diamond}^{(3,2)} = \begin{bmatrix}
\square & \square & (2.2)_4 & \longleftarrow & (2.2)_4 & \square & \square \\
\square & \square & \updownarrow & \square & \updownarrow & \square & \square \\
(1.1)_1 & \longrightarrow & (2.2)_1 & \diamond & (2.2)_2 & \longrightarrow & (3.3)_2 \\
| & \square & & \square & \square & \square & | \\
(1.1)_3 & \longrightarrow & - & - & - & \longrightarrow & (3.3)_3
\end{bmatrix} \equiv \begin{pmatrix}
\square & S_4 & \square \\
S_1 & \square & S_2 \\
\square & S_3 & \square
\end{pmatrix}$$

und wir haben entsprechend

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & (2.3) & \leftarrow & (1.3) & & \\
 & & | & & | & & \\
(1.3) & \rightarrow & (2.3) & \circ & (1.3) & \rightarrow & (2.3) \\
| & & & & & & | \\
(1.3) & \rightarrow & & \ldots & & \rightarrow & (2.3).
\end{array}$$

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

Toth, Alfred, Calculus semioticus. Was zählt die Semiotik? In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Toth, Alfred, Kategorien als Gruppen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025

7.4.2025